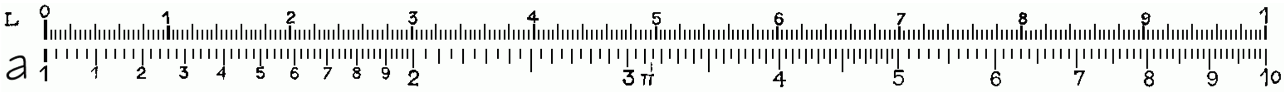
CALCUL PRATIQUE DES LOGARITHMES



Revoyons de plus près les graduations de notre bonne vieille règle à calculs. Pour les besoins de la cause, les deux échelles inférieures de la règle ont été inversées sur l'image ci-dessus. Nous voyons que l'échelle L possède des graduations équidistantes tandis que les traits de l'échelle a sont de plus en plus serrés au fur et à mesure que les valeurs augmentent.

L'échelle a correspond aux nombres de 1 à 10 et l'échelle L, qui est graduée de 0 à 1, à leurs logarithmes. Les graduations sont alignées pour faire correspondre le logarithme 0 au nombre 1 et le logarithme 1 au nombre 10, conformément à ce que nous savons déjà. Mais maintenant nous pouvons obtenir par une simple lecture toutes les valeurs intermédiaires.

Par exemple, si nous prenons le nombre 2 sur l'échelle a, nous trouvons que son logarithme vaut 0,3. Le logarithme de 5 vaut approximativement 0,7, etc.

Retenons bien cette valeur particulière :

$$\mathbf{lg\,2 \;=\; 0,\ 301\,03 \;\approx\; 0,3}$$

Nous ne parlerons évidemment pas ici des méthodes qui permettent de calculer les logarithmes. En effet, on peut facilement élever le nombre 10 à la puissance 3, c'est-à-dire effectuer la multiplication $10 \times 10 \times 10$ pour trouver 1000. Mais comment peut-on élever 10 à la puissance 0, 3 c'est-à-dire multiplier ce nombre 0, 3 fois par lui-même pour obtenir le nombre 2 ?

Nos deux petites échelles nous suffiront largement ici … à condition que nous puissions calculer les logarithmes des nombres plus petits que 1 ou plus grands que 10 !

En fait tout nombre A peut être mis sous la forme du produit d'un nombre a par une puissance de 10. Prenons le nombre 20 par exemple :

$$20 = 2\times 10 = 10^{\lg 20} = 10^{\lg(2\times 10)}$$
$$= 10^{\lg 2}\times 10^{\lg 10} = 10^{(\lg 2+\lg 10)}$$
$$= 10^{(\lg 2+1)}$$

donc $\lg 20 \;=\; \lg 2 + 1 \;=\; 0,3 + 1$

Plus généralement :

$$A = a\times 10^{n} \text{ avec } 1 \le a < 10$$

Par exemple : $4917,3 = 4,917\,3 \times 10^{3}$

ou encore $0,000\,831 = 8,31 \times 10^{-4}$

$$\lg A = \lg(a\times 10^{n}) = \lg a + \lg 10^{n} = \lg a + n$$

$$\boxed{\mathbf{\lg(a\times 10^{n}) = \lg a + n}}$$

Il en résulte que si nous connaissons les logarithmes des nombres compris entre 1 et 10 nous pouvons calculer tous les autres !

$$\lg 2000 = 0,3+3 = 3,3$$
$$\lg 20 = 0,3+1 = 1,3$$
$$\lg 2 = 0,3+0 = 0,3$$
$$\lg 0,2 = 0,3-1 = -0,7 = \bar{1},3$$
$$\lg 0,00002 = 0,3-5 = -4,7 = \bar{5},3$$

La notation de la fin des deux dernières lignes est un peu particulière. La première partie du nombre, coiffée d'une barre, est négative. On lit par exemple "moins 5, virgule 3". Ceci permet de conserver les chiffres après la virgule, lesquels dépendent uniquement des chiffres significatifs du nombre de départ et constituent la **caractéristique** de son logarithme. Avant la virgule se trouve la **mantisse** du logarithme, qui définit quant à elle l'ordre de grandeur du nombre d'origine.

Voici quelques décennies, les règles à calcul donnaient par simple lecture des valeurs approchées des logarithmes. Les valeurs plus précises étaient tirées de "tables" imprimées. Celles des "taupins" étaient des livres de quelques centaines de pages, tandis que celles des astronomes trônaient à portée de main sur les rayonnages. Des centaines de milliers de nombres calculés à la main, un travail colossal, avec parfois des erreurs.

De nos jours les calculatrices de poche accomplissent ces calculs en moins de temps qu'il n'en faut pour l'écrire !