UN PEU DE MATHÉMATIQUES

PUISSANCES ET RACINES DES NOMBRES

Considérons un nombre quelconque a et multiplions-le n fois par lui-même :

$$N = \underbrace{a \times a \times a \times ...a}_{\text{n fois}}$$

Nous dirons que ce nombre a est **élevé à la puissance n** et nous écrirons :

$$N = \underbrace{a \times a \times a \times ... a}_{\text{n fois}} = a^n$$

Dans cette écriture le nombre n est appelé **exposant**.

Si par exemple a = 10, nous pourrons avoir des valeurs telles que :

$10^1 = 10$

$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$

etc.

L'intérêt de cette écriture est évident pour les grands nombres que l'on peut toujours écrire sous la forme d'un facteur allant de 1 à 9, 9999… multiplié par une puissance de 10, par exemple :

$1\ 000\ 000\ 000\ 000 = 1 \times 10^{12} = 10^{12}$

$61\ 327\ 000\ 000\ 000\ 000 = 6,\ 132\ 7 \times 10^{16}$

Dans la plupart des cas, il est toutefois préférable d'utiliser des **exposants multiples de 3** qui correspondent mieux aux habitudes de la numération : mille, un million, un milliard, etc.

$61\ 327\ 000\ 000\ 000\ 000 = 61,\ 327 \times 10^{15}$

Prenons maintenant le problème à l'envers. Au lieu de chercher ce qui se passe lorsque nous élevons un nombre à la puissance n, essayons de trouver quel est le nombre inconnu x qui, élevé à la puissance n, donnera un autre nombre fixé à l'avance :

$x^n = N$

Par définition, x sera appelé **racine nième de N**. Si n = 2, nous aurons affaire à une **racine carrée**, si n = 3, à une **racine cubique**, si n = 4, à une **racine quatrième**, etc.

La notation habituelle d'une racine est la suivante :

$$\text{si } x^n = N, \text{ alors } x = \sqrt[n]{N}$$

Bien entendu, la définition que nous venons de donner nous permet d'écrire :

$$(\sqrt[n]{N})^n = N$$

Pour les racines carrées, il est d'usage de ne pas préciser la valeur de n.

Voici quelques exemples numériques :

racines carrées :

$\sqrt{4} = 2$

$\sqrt{100} = 10$

$\sqrt{2} = 1{,}414...$ (c'est une valeur usuelle !)

$\sqrt{3} = 1{,}732...$ (celle-là aussi !)

racines cubiques :

$\sqrt[3]{8} = 2$

$\sqrt[3]{125} = 5$

racine sixième :

$\sqrt[6]{64} = 2$

etc.

Remarques importantes :

1) sauf en faisant appel aux nombres complexes, qui sortent largement du cadre de cet exposé, **on ne peut pas calculer la racine carrée d'un nombre négatif**.

2) la racine carrée d'un nombre est **PAR DEFINITION** un nombre positif.

Ainsi,

$\sqrt{4} = 2$ et non pas - 2 !!!!!

PUISSANCES ET RACINES - REGLES DE CALCUL

Cherchons à calculer le **produit de puissances** différentes d'un même nombre :

$$a^m \times a^n = \underbrace{a\times a\times ...a}_{\text{m fois}} \times \underbrace{a\times a\times ...a}_{\text{n fois}} = \underbrace{a\times a\times ...a}_{\text{m+n fois}} = a^{m+n}$$

retenons que $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Par exemple :

$10^2 \text{ x } 10^3 = 100 \text{ x } 1\,000 = 100\,000$
$= 10^5 = 10^{2+3}$

Calculons maintenant le **quotient de puissances** différentes d'un même nombre:

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a\times a\times ...a \text{ (m fois)}}{a\times a\times ...a \text{ (n fois)}}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a\times a\times ...a \text{ (m fois)}}{a\times a\times ...a \text{ (n fois)}} = a^{m-n}$$

après simplification.

Si m > n, l'exposant est positif,
si m = n, l'exposant est nul et le rapport vaut 1
si m < n, l'exposant est négatif.

Par exemple :

$$\frac{10^5}{10^3} = \frac{100\,000}{1\,000} = 100 = 10^2 = 10^{5-3}$$

$$\frac{10^2}{10^5} = \frac{100}{100\,000} = \frac{10^2}{10^5} = 10^{2-5} = 10^{-3} = \frac{1}{1\,000} = \frac{1}{10^3}$$

Notons au passage que $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

et retenons que $\dfrac{a^m}{a^n} = a^m \times a^{-n} = a^{m-n}$

Nous pouvons désormais écrire toutes les puissances d'un nombre, par exemple 10, sous une forme unique :

...
$10^3 = 1\,000$
$10^2 = 100$
$10^1 = 10$
$10^0 = 1$
$10^{-1} = 1 / 10 = 0{,}1$
$10^{-2} = 1 / 100 = 0{,}01$
$10^{-3} = 1 / 1\,000 = 0{,}001$
...

Cherchons enfin à calculer la **puissance d'une puissance** :

$$(a^m)^n = \underbrace{\underbrace{a\times ...a}_{\text{m fois}} \times \underbrace{a\times ...a}_{\text{m fois}} \times ... \underbrace{a\times ...a}_{\text{m fois}}}_{\text{n fois}} = \underbrace{a\times ...a}_{\text{m}\times\text{n fois}}$$

Il en résulte que $(a^m)^n = a^{mn}$

Par exemple :

$(2^3)^2 = 8^2 = 64 = 2^{3x2} = 2^6$

Cette dernière formule nous permet de noter autrement les racines d'un nombre, car si les exposants sont tels que m = 1/n, il en résulte que mn = 1 et l'on peut alors écrire :

$$(a^{1/n})^n = a^1 = a$$

$a^{1/n}$ n'est autre que la racine nième de a,

d'où $\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$

Par exemple :

$$\sqrt{2} = 2^{1/2} = 2^{0{,}5} \approx 1{,}414$$

PROGRESSIONS ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES

En photographie, beaucoup de choses varient de façon continue ou discontinue : le passage du blanc au noir sur une photo monochrome, du bleu au jaune sur une photo en couleurs, la mise au point de l'objectif, le flux de lumière qui le traverse, le temps de pose, la sensibilité des films, l'éclairement du sujet, … Certaines de ces grandeurs sont liées à des phénomènes physiques ou chimiques précis et elles peuvent être mesurées. D'autres dépendent étroitement des sens humains, leur évaluation est plus difficile, elle fait même parfois appel à des notions très subjectives.

Pour obtenir une image conforme à ses espérances, un bon photographe doit connaître ces phénomènes et leurs variations. Même quand il ne maîtrise pas tout et qu'il doit compter un peu sur la chance, il est censé ne jamais photographier au hasard … Un peu de précision ne nuit donc pas.

On appelle **progression arithmétique** une suite de nombres telle que chacun s'obtient en ajoutant au précédent une quantité constante ou **raison**. La suite 5, 13, 21, 29, 37, 45, 53, … est une progression arithmétique de premier terme 5 et de raison 8.

Si chaque terme est obtenu en multipliant le précédent par une quantité constante, on parle alors de **progression géométrique**. Ainsi, la suite 3, 30, 300, 3 000, 30 000, … constitue une progression géométrique de premier terme 3 et de raison 10.

Comment débute une progression géométrique de premier terme 1 et de raison racine de 2, autrement dit 1, 414 ?

1	
1, 4	(exactement 1, 414…)
2	
2,8	(2, 828…)
4	
5,6	(5, 656…)
8	
11	(11, 312…)
16	
22	(22, 624…)
32	
45	(45, 248…)
64	
…	

Voilà qui ressemble assez fortement aux graduations de votre diaphragme, non ?

Deux progressions peuvent être liées l'une à l'autre : par exemple, si les côtés d'une série de carrés forment une progression géométrique de raison 2, alors leurs surfaces en forment une autre de raison 4 :

1	2	4	8	16	…
1	4	16	64	256	…

De même, on peut faire correspondre une progression arithmétique et une progression géométrique, comme on le voit avec la suite des puissances de 10 :

…	-1	0	1	2	3	…
…	0,1	1	10	100	1000	…
ou	10^{-1}	10^{0}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	…

Les sens humains ne réagissent pas bien aux progressions arithmétiques ! Si l'on prend d'une main une masse de 100 g et de l'autre une masse de 200 g, la différence est nette. Avec deux masses de 500 g et de 600 g on ne ressent plus grand chose et avec deux masses de 10 kg et de 10,1 kg, plus rien. Par contre, si chaque masse est le double de la précédente, on a le sentiment d'une progression continue. Bien sûr, pour nos sens comme d'ailleurs pour les appareils de mesure, il existe un seuil en-dessous duquel aucune perception n'est possible et un autre au-dessus duquel il y a "saturation". Une tonne dans une main, deux dans l'autre, c'est pareil !

Reprenons les puissances de 10 :

…	-1	0	1	2	3	…
…	0,1	1	10	100	1000	…

Toutes les valeurs intermédiaires peuvent bien sûr se loger entre les nombres de la progression arithmétique ou de la progression géométrique. On peut alors se demander, par exemple, quel nombre **A** compris entre 10 et 100 correspond au nombre 1,3 inséré dans la première progression, ou quel nombre **b** compris entre 2 et 3 correspond au nombre 845 inséré dans la seconde …

1	**1,3**	2	**b**	3	…
	↓		↑		
10	**A**	100	**845**	1000	…

à suivre …

DÉCOUVERTE DES LOGARITHMES

Il y a la version pessimiste, celle du Grand Contrepéteur : aucun étudiant n'est jamais suffisamment fort pour ce calcul …

Il y a aussi les nombreuses versions optimistes, qui disent :

- toutes choses sont difficiles avant que d'êtres faciles (proverbe oriental).
- choisis toujours le chemin qui semble le meilleur même s'il paraît plus difficile : l'habitude le rendra bientôt agréable (Pythagore).

Faute d'inciter leurs lecteurs à faire un petit effort, la plupart des auteurs de livres sur la photographie sont obligés d'utiliser des raisonnements approximatifs, des périphrases, … pour essayer, en vain le plus souvent, de se faire comprendre. Ils sont aidés en cela par un enseignement des mathématiques devenu tellement abscons qu'il a pour effet premier de provoquer la fuite des élèves, dégoûtés à tout jamais.

Il est pourtant possible, pour peu que les lecteurs manifestent quelque envie de savoir, de ne pas céder à la facilité et de leur enseigner de façon simple certaines notions apparemment difficiles. Mais cessons de philosopher !

Peu importe pour l'instant comment on les calcule. Admettons que les nombres a et b de la progression arithmétique correspondent aux nombres A et B de la progression géométrique, tout comme 0 correspond à 1, 1 à 10, 2 à 100, etc.

0	**a**	1	2	**b**	3	…
	↓↑			↓↑		
1	**A**	10	100	**B**	1000	…

En prenant pour exemples $10^1 = 10$, ou $10^2 = 100$, etc., nous pouvons écrire :

$$10^a = A,\ 10^b = B$$

Il faut élever 10 à la puissance 2 pour obtenir 100, à la puissance 3 pour obtenir 1 000, à la puissance a pour obtenir A, à la puissance b… etc.

Le **logarithme décimal** d'un nombre est la puissance à laquelle il faut élever 10 pour obtenir ce nombre. Ainsi 0 est le logarithme de 1, 2 le logarithme de 100, a le logarithme de A, b celui de B, … Il n'y a rien à comprendre ici, c'est seulement une définition !

Ceci posé, les logarithmes possèdent des propriétés remarquables. Nous allons tranquillement en découvrir quelques unes, pour arriver à celle qui nous intéresse au premier chef :

la perception de nos sens est logarithmique !

Ecrivons donc :

$$\boxed{10^{\lg A} = A,\ \ 10^{\lg B} = B,\ \ ...}$$

et lisons : 10 à la puissance logarithme de grand A égale grand A, …

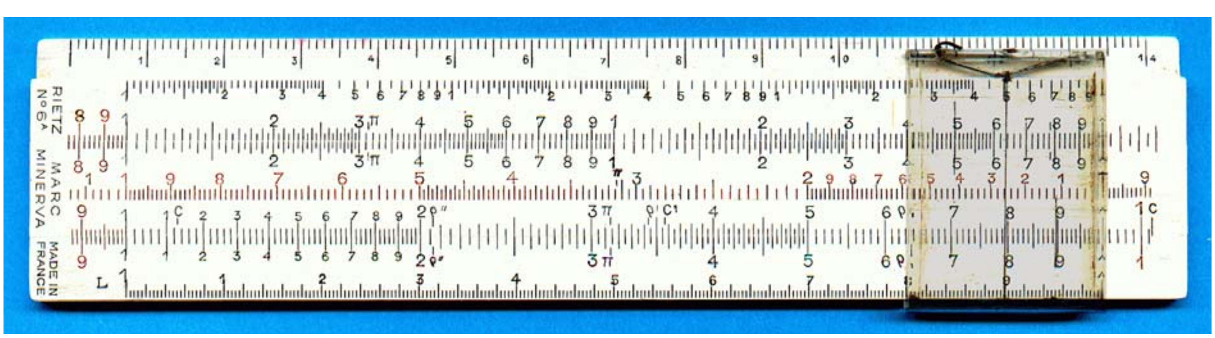
Mais que se passe-t-il si nous essayons de multiplier A par B ?

$$A \times B = 10^{\lg(A \times B)} = 10^{\lg A} \times 10^{\lg B} = 10^{(\lg A + \lg B)}$$

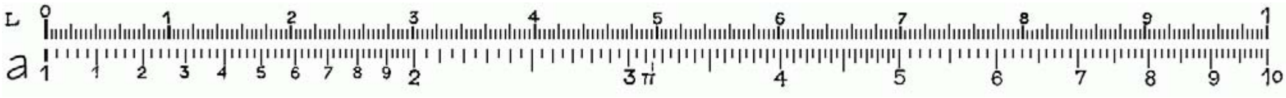
$$\boxed{\text{par conséquent : } \mathbf{\lg(A \times B) = \lg A + \lg B}}$$

Le logarithme du produit de deux nombres est égal à la somme de leurs logarithmes.

Cette propriété fondamentale était utilisée pour construire des règles à calcul, fidèles compagnes pendant des décennies de tous les ingénieurs et autres étudiants en sciences. La graduation tout en bas, marquée L, est dite linéaire, ses traits sont équidistants. Les deux graduations identiques gravées juste au-dessus sont au contraire logarithmiques, leurs traits se resserrent progressivement.



CALCUL PRATIQUE DES LOGARITHMES



Revoyons de plus près les graduations de notre bonne vieille règle à calculs. Pour les besoins de la cause, les deux échelles inférieures de la règle ont été inversées sur l'image ci-dessus. Nous voyons que l'échelle L possède des graduations équidistantes tandis que les traits de l'échelle a sont de plus en plus serrés au fur et à mesure que les valeurs augmentent.

L'échelle a correspond aux nombres de 1 à 10 et l'échelle L, qui est graduée de 0 à 1, à leurs logarithmes. Les graduations sont alignées pour faire correspondre le logarithme 0 au nombre 1 et le logarithme 1 au nombre 10, conformément à ce que nous savons déjà. Mais maintenant nous pouvons obtenir par une simple lecture toutes les valeurs intermédiaires.

Par exemple, si nous prenons le nombre 2 sur l'échelle a, nous trouvons que son logarithme vaut 0,3. Le logarithme de 5 vaut approximativement 0,7, etc.

Retenons bien cette valeur particulière :

$$\mathbf{lg\,2 = 0,\ 301\ 03 \approx 0,3}$$

Nous ne parlerons évidemment pas ici des méthodes qui permettent de calculer les logarithmes. En effet, on peut facilement élever le nombre 10 à la puissance 3, c'est-à-dire effectuer la multiplication $10 \times 10 \times 10$ pour trouver 1000. Mais comment peut-on élever 10 à la puissance 0, 3 c'est-à-dire multiplier ce nombre 0, 3 fois par lui-même pour obtenir le nombre 2 ?

Nos deux petites échelles nous suffiront largement ici … à condition que nous puissions calculer les logarithmes des nombres plus petits que 1 ou plus grands que 10 !

En fait tout nombre A peut être mis sous la forme du produit d'un nombre a par une puissance de 10. Prenons le nombre 20 par exemple :

$$20 = 2\times10 = 10^{\lg 20} = 10^{\lg(2\times10)}$$
$$= 10^{\lg 2}\times10^{\lg 10} = 10^{(\lg 2+\lg 10)}$$
$$= 10^{(\lg 2+1)}$$

donc $\lg 20 = \lg 2 + 1 = 0{,}3 + 1$

Plus généralement :

$$A = a\times10^n \quad \text{avec} \quad 1 \le a < 10$$

Par exemple : $4917,\ 3 = 4,\ 917\ 3 \times 10^3$

ou encore $0,\ 000\ 831 = 8{,}31 \times 10^{-4}$

$$\lg A = \lg(a\times10^n) = \lg a + \lg 10^n = \lg a + n$$

$$\boxed{\mathbf{lg(a\times10^n) = lga + n}}$$

Il en résulte que si nous connaissons les logarithmes des nombres compris entre 1 et 10 nous pouvons calculer tous les autres !

$$\lg 2000 = 0{,}3 + 3 = 3{,}3$$
$$\lg 20 = 0{,}3 + 1 = 1{,}3$$
$$\lg 2 = 0{,}3 + 0 = 0{,}3$$
$$\lg 0{,}2 = 0{,}3 - 1 = -0{,}7 = \bar{1}{,}3$$
$$\lg 0{,}00002 = 0{,}3 - 5 = -4{,}7 = \bar{5}{,}3$$

La notation de la fin des deux dernières lignes est un peu particulière. La première partie du nombre, coiffée d'une barre, est négative. On lit par exemple "moins 5, virgule 3". Ceci permet de conserver les chiffres après la virgule, lesquels dépendent uniquement des chiffres significatifs du nombre de départ et constituent la **caractéristique** de son logarithme. Avant la virgule se trouve la **mantisse** du logarithme, qui définit quant à elle l'ordre de grandeur du nombre d'origine.

Voici quelques décennies, les règles à calcul donnaient par simple lecture des valeurs approchées des logarithmes. Les valeurs plus précises étaient tirées de "tables" imprimées. Celles des "taupins" étaient des livres de quelques centaines de pages, tandis que celles des astronomes trônaient à portée de main sur les rayonnages. Des centaines de milliers de nombres calculés à la main, un travail colossal, avec parfois des erreurs.

De nos jours les calculatrices de poche accomplissent ces calculs en moins de temps qu'il n'en faut pour l'écrire !

table de logarithmes simplifiée					
N	lg(N)	N	lg(N)	N	lg(N)
1,00	0,000	4,00	0,602	7,00	0,845
1,05	0,021	4,05	0,607	7,05	0,848
1,10	0,041	4,10	0,613	7,10	0,851
1,15	0,061	4,15	0,618	7,15	0,854
1,20	0,079	4,20	0,623	7,20	0,857
1,25	0,097	4,25	0,628	7,25	0,860
1,30	0,114	4,30	0,633	7,30	0,863
1,35	0,130	4,35	0,638	7,35	0,866
1,40	0,146	4,40	0,643	7,40	0,869
1,45	0,161	4,45	0,648	7,45	0,872
1,50	0,176	4,50	0,653	7,50	0,875
1,55	0,190	4,55	0,658	7,55	0,878
1,60	0,204	4,60	0,663	7,60	0,881
1,65	0,217	4,65	0,667	7,65	0,884
1,70	0,230	4,70	0,672	7,70	0,886
1,75	0,243	4,75	0,677	7,75	0,889
1,80	0,255	4,80	0,681	7,80	0,892
1,85	0,267	4,85	0,686	7,85	0,895
1,90	0,279	4,90	0,690	7,90	0,898
1,95	0,290	4,95	0,695	7,95	0,900
2,00	0,301	5,00	0,699	8,00	0,903
2,05	0,312	5,05	0,703	8,05	0,906
2,10	0,322	5,10	0,708	8,10	0,908
2,15	0,332	5,15	0,712	8,15	0,911
2,20	0,342	5,20	0,716	8,20	0,914
2,25	0,352	5,25	0,720	8,25	0,916
2,30	0,362	5,30	0,724	8,30	0,919
2,35	0,371	5,35	0,728	8,35	0,922
2,40	0,380	5,40	0,732	8,40	0,924
2,45	0,389	5,45	0,736	8,45	0,927
2,50	0,398	5,50	0,740	8,50	0,929
2,55	0,407	5,55	0,744	8,55	0,932
2,60	0,415	5,60	0,748	8,60	0,934
2,65	0,423	5,65	0,752	8,65	0,937
2,70	0,431	5,70	0,756	8,70	0,940
2,75	0,439	5,75	0,760	8,75	0,942
2,80	0,447	5,80	0,763	8,80	0,944
2,85	0,455	5,85	0,767	8,85	0,947
2,90	0,462	5,90	0,771	8,90	0,949
2,95	0,470	5,95	0,775	8,95	0,952
3,00	0,477	6,00	0,778	9,00	0,954
3,05	0,484	6,05	0,782	9,05	0,957
3,10	0,491	6,10	0,785	9,10	0,959
3,15	0,498	6,15	0,789	9,15	0,961
3,20	0,505	6,20	0,792	9,20	0,964
3,25	0,512	6,25	0,796	9,25	0,966
3,30	0,519	6,30	0,799	9,30	0,968
3,35	0,525	6,35	0,803	9,35	0,971
3,40	0,531	6,40	0,806	9,40	0,973
3,45	0,538	6,45	0,810	9,45	0,975
3,50	0,544	6,50	0,813	9,50	0,978
3,55	0,550	6,55	0,816	9,55	0,980
3,60	0,556	6,60	0,820	9,60	0,982
3,65	0,562	6,65	0,823	9,65	0,985
3,70	0,568	6,70	0,826	9,70	0,987
3,75	0,574	6,75	0,829	9,75	0,989
3,80	0,580	6,80	0,833	9,80	0,991
3,85	0,585	6,85	0,836	9,85	0,993
3,90	0,591	6,90	0,839	9,90	0,996
3,95	0,597	6,95	0,842	9,95	0,998
4,00	0,602	7,00	0,845	10,00	1,000

table inverse	
lg(N)	N
0,000	1,000
0,025	1,059
0,050	1,122
0,075	1,189
0,100	1,259
0,125	1,334
0,150	1,413
0,175	1,496
0,200	1,585
0,225	1,679
0,250	1,778
0,275	1,884
0,300	1,995
0,325	2,113
0,350	2,239
0,375	2,371
0,400	2,512
0,425	2,661
0,450	2,818
0,475	2,985
0,500	3,162
0,525	3,350
0,550	3,548
0,575	3,758
0,600	3,981
0,625	4,217
0,650	4,467
0,675	4,732
0,700	5,012
0,725	5,309
0,750	5,623
0,775	5,957
0,800	6,310
0,825	6,683
0,850	7,079
0,875	7,499
0,900	7,943
0,925	8,414
0,950	8,913
0,975	9,441
1,000	10,000

QUE FAIT-ON AVEC LES LOGARITHMES (1) ?

Des multiplications :

Rappelons-nous que le logarithme d'un produit est la somme des logarithmes des facteurs de ce produit :

$$\mathbf{lg(a \times b) = lga + lgb}$$

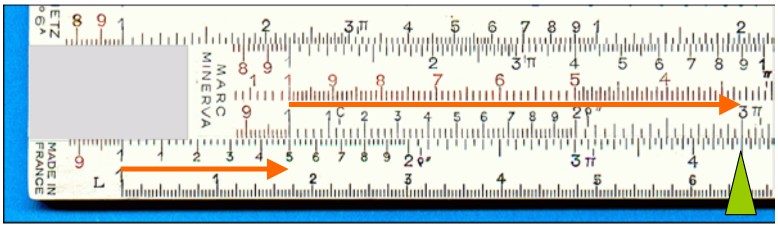
Par exemple, si a = 1,5 et b = 3

$\lg 1{,}5 = 0{,}176$

$\lg 3 = 0{,}477$

$\lg(1{,}5 \times 3) = 0{,}176 + 0{,}477 = 0{,}653 = \lg 4{,}5$

On ne fait pas autre chose quand on utilise une règle à calculs : les deux graduations de la règle et de la réglette sont logarithmiques. Les deux flèches rouges représentent les deux logarithmes de 1,5 et 3, on les met bout-à-bout et la pointe verte désigne le résultat : **4,5**.



Des divisions :

De la même façon le logarithme d'un rapport est la différence des logarithmes des deux termes de ce rapport :

$$\mathbf{lg(\frac{a}{b}) = lga - lgb}$$

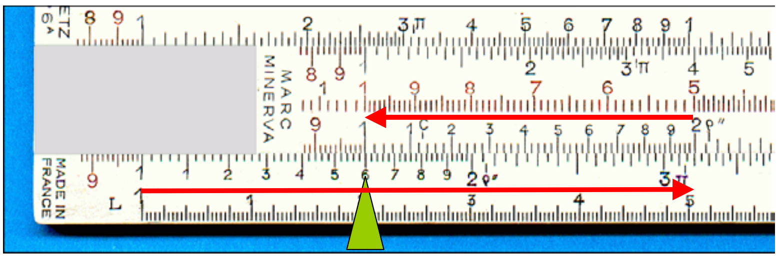
Par exemple, si a = 3,2 et b = 2

$\lg 3{,}2 = 0{,}505$

$\lg 2 = 0{,}301$

$\lg(\frac{3{,}2}{2}) = 0{,}505 - 0{,}301 = 0{,}204 = \lg 1{,}6$

Avec la règle à calculs on aligne le 2 de la réglette et le 3,2 de la graduation de base, puis on lit le résultat, **1,6**, devant le 1 de la réglette.



Cette méthode se généralise facilement : $\mathbf{lg(\frac{a \times b}{c \times d}) = lga + lgb - lgc - lgd}$

Si les nombres ne sont pas compris entre 1 et 10 il faut les "normaliser" :

$$\text{Exemple : calculer } (\frac{2000 \times 0{,}3}{15000}) : \qquad \lg(\frac{2000 \times 0{,}3}{15000}) = \lg(\frac{2 \times 1000 \times 3 \times 10^{-1}}{1{,}5 \times 10000}) = \lg(\frac{2 \times 3}{1{,}5} \times \frac{100}{10000})$$

$$= \lg 2 + \lg 3 - \lg 1{,}5 - \lg 100 = 0{,}301 + 0{,}477 - 0{,}176 - 2 = 0{,}602 - 2 = \bar{2}{,}602$$

$$= \lg 4 - 2 = \lg 4 - \lg 100 = \lg(\frac{4}{100}) = \lg(0{,}04) \qquad \text{le résultat est évidemment } 0{,}04$$

QUE FAIT-ON AVEC LES LOGARITHMES (2) ?

Des représentations graphiques :

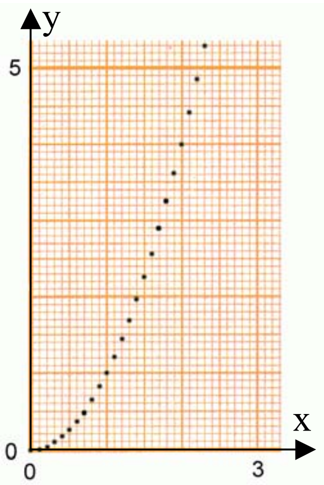
Un bon graphique vaut mieux qu'un long discours, dit à juste titre la sagesse populaire.

En étudiant les variations d'une grandeur physique, on est souvent amené à représenter à la fois des valeurs très faibles et des valeurs très fortes de cette grandeur, sur un même graphique. Les **graduations linéaires**, dont les longueurs sont directement proportionnelles aux valeurs numériques, sont alors inutilisables.

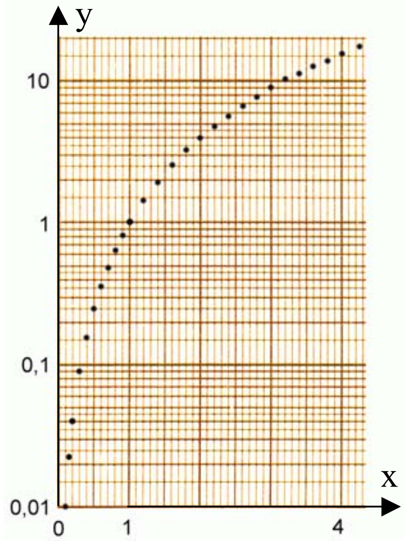
Prenons par exemple la fonction $\mathbf{y = x^2}$

y = 0 quand x = 0
y = 1 quand x = 1
y = 4 quand x = 2
….
y = 100 quand x = 10
etc.

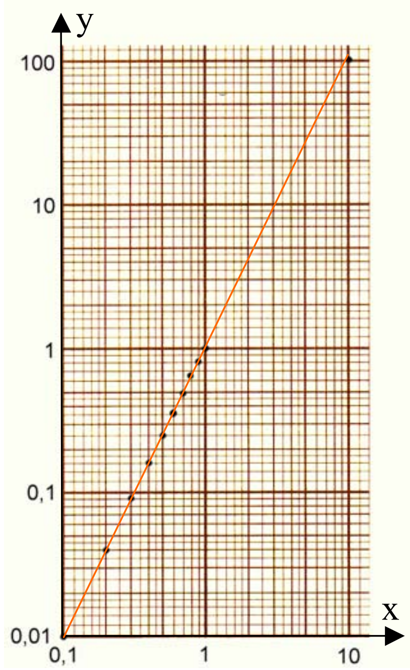
Tracée sur du papier millimétré, la courbe qui la représente est une **parabole**. Les petites valeurs sont tassées aux environs du zéro et il est impossible de les distinguer. Les grandes s'éloignent très vite dans la direction de l'axe des y.



On peut maintenant représenter la fonction sur du papier **semi-logarithmique**. Cette fois l'axe des x est gradué linéairement tandis que l'axe des y est gradué en logarithmes. Il comporte ici trois **modules** et le début du quatrième. Le saut d'un module à l'autre correspond à une différence d'un ordre de grandeur, c'est-à-dire un facteur 10. Des feuilles de divers formats comportant 1, 2, 3, 4, 6 ou 12 modules sont disponibles dans le commerce, on choisit le nombre de modules en fonction de l'utilisation que l'on a prévue.



Les petites valeurs dans la direction y sont fortement dilatées (le zéro est rejeté à l'infini vers le bas), et l'on devine que les grandes sont considérablement tassées. Les diagrammes donnant les **temps de développement** des films en fonction de la température sont semi-logaritmiques



Avec du papier **"log-log"**, la courbe devient cette fois … une droite de pente 2. Normal !

$$y = x^2 = x.x \Rightarrow \lg y = \lg x + \lg x = 2 \lg x$$

Sur les deux axes, les petites valeurs sont dilatées, les grandes tassées et le zéro, rejeté à l'infini, est perdu. Comme nous le verrons plus loin, les **courbes de développement** des surfaces sensibles sont toujours tracées sur des graphiques de type "log-log".