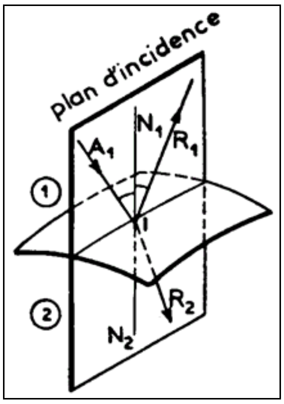
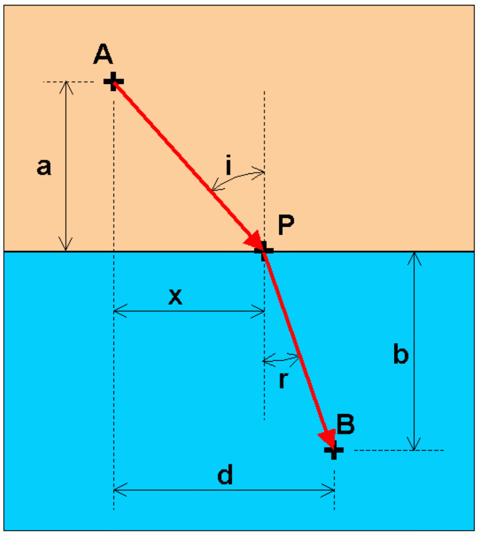
RÉFRACTION DE LA LUMIÈRE (1)

Lorsqu'un rayon lumineux A_1 frappe la surface lisse qui sépare deux milieux transparents, une partie R_1 se réfléchit selon les lois connues et une autre partie R_2 pénètre dans le 2^e milieu en subissant une déviation. Ce dernier est appelé "**rayon réfracté**". Les trois rayons lumineux sont dans un même plan qui contient aussi la normale à la surface au point d'impact.



Pour comprendre ce qui se passe, imaginons un maître nageur situé sur la terre ferme en A et un baigneur dans une piscine en B. Le baigneur appelle soudain au secours.



A priori, un maître nageur n'a aucune raison de connaître les principes de FERMAT et de MAUPERTUIS. Pour autant, cela ne l'empêche pas de comprendre qu'il doit aller le plus rapidement possible en B.

Même les plus grands champions de natation courent plus vite qu'ils nagent et le trajet le plus rapide n'est pas le plus court ! Notre homme courra donc tout droit, à la vitesse V, jusqu'à un certain point P à partir duquel il nagera, toujours tout droit, à la vitesse v, jusqu'en B. Peut-on optimiser le trajet et trouver la position de P ?

Le calcul qui suit est facultatif et ceux qui sont définitivement fâchés avec les maths pourront le sauter à pieds joints. On est quelquefois traumatisé, mais jamais trop mathisé …

Pythagore nous indique que :

$$AP = \sqrt{a^2 + x^2} \quad \text{et} \quad PB = \sqrt{(d-x)^2 + b^2}$$

Le temps total de parcours sera :

$$T = \frac{AP}{V} + \frac{PB}{v} \quad \text{soit}$$

$$T = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{V} + \frac{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}}{v}$$

Les valeurs extrémales de ce temps de parcours seront obtenues en annulant la dérivée de T par rapport à x :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{2x}{V\sqrt{a^2 + x^2}} + \frac{2x - 2d}{v\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} = 0$$

On reconnaît dans cette formule :

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sin i \quad \text{et} \quad \frac{d - x}{\sqrt{(d-x)^2 + b^2}} = \sin r$$

alors on simplifie :

$$\frac{2\sin i}{V} - \frac{2\sin r}{v} = 0$$

et finalement :

$$\boxed{\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{v}{V}}$$

Ce résultat remarquable nous indique que les angles r et i sont liés par une relation simple qui ne dépend que les deux vitesses de course et de nage. Peu importe où sont les points A et B !

Mais où donc faut-il plonger ?

Personne ne vous le dira sur le champ, car il faut résoudre une équation du 4^e degré et cela ne pourra jamais se faire à l'aide d'une formule.

Le contrepéteur fou, qui ne saurait rater si belle occasion, insinue qu'**aucun étudiant n'est jamais suffisamment fort pour ce calcul** !